

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 08.02.2022

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

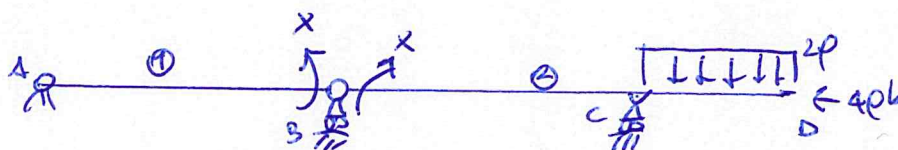
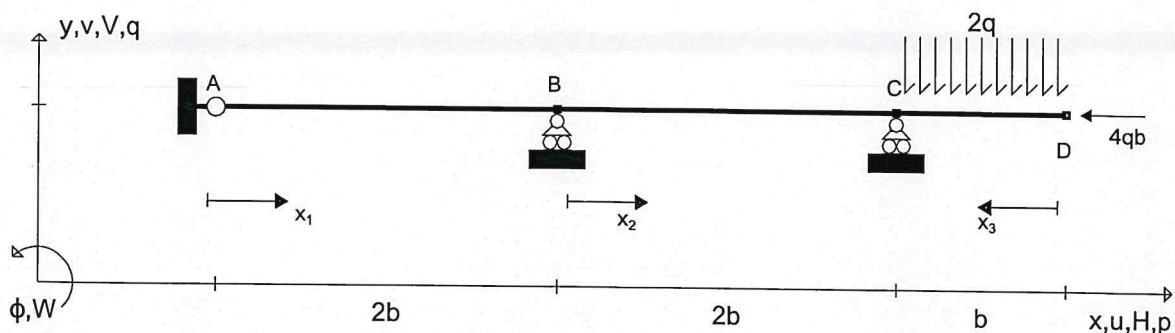
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D , v_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 08.02.22*001



eq. di consistenza: $\Delta\varphi_{(B)} = 0$

Esercizio n. 2 (7 punti)

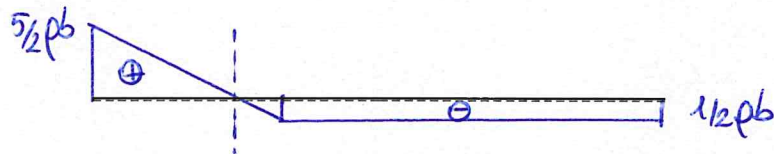
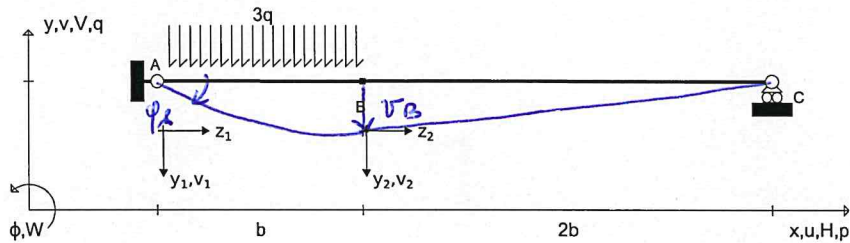
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

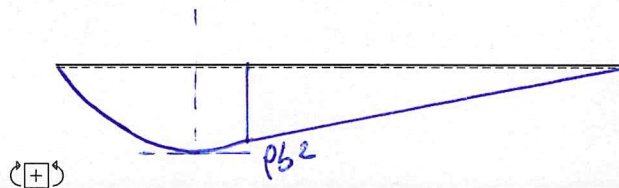
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v'_1(z_1) \cup v'_2(z_2)$;
3. La rotazione del punto A , φ_A ;
4. Lo spostamento verticale del punto B , v_B .

Università' di Cagliari

SdC_SdA 08.02.22*001



$\uparrow (+) \downarrow$



$\uparrow (+) \downarrow$

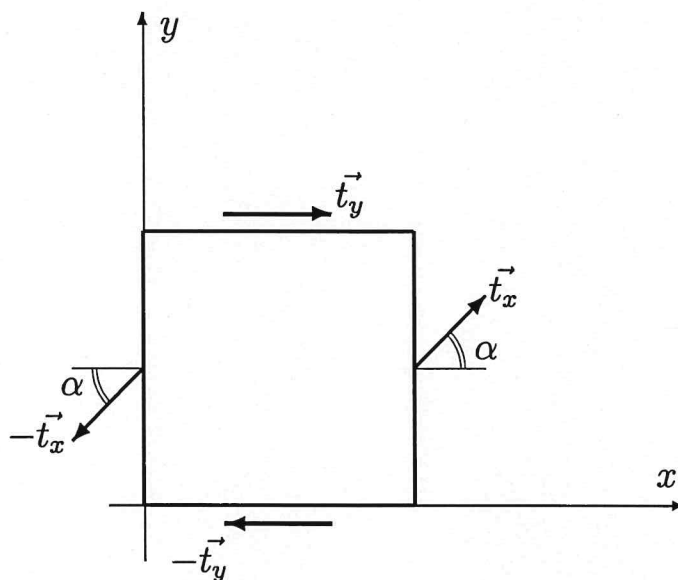
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= \frac{5}{2}pb; & H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= \frac{1}{2}pb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= \frac{5}{2}pb - 3pz_1; & M_{AB} &= \frac{5}{2}pbz_1 - \frac{3}{2}pz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= -\frac{1}{2}pb; & M_{BC} &= pb^2 - \frac{1}{2}pbz_2; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0) = 0; & \text{c.c in B} &= v_1(z_1=b) = v_2(z_2=0); & v_1'(z_1=0) &= v_2'(z_2=0); \\
 \text{c.c in C} &= v_2(z_2=2b) = 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EI} \left(-\frac{5pb}{12} z_1^3 + \frac{9}{8} z_1^4 + \frac{25pb^3}{24} z_1 \right); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EI} \left(-\frac{5pb}{4} z_1^2 + \frac{9}{2} z_1^3 + \frac{25pb^3}{24} \right); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EI} \left(-\frac{pb^2}{24} z_2^4 + \frac{pb^3}{12} z_2^3 + \frac{7pb^3}{24} z_2 + \frac{3pb^4}{4} \right); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EI} \left(-\frac{pb^2}{6} z_2^3 + \frac{pb^3}{4} z_2^2 + \frac{7pb^3}{24} \right); \\
 v_B &= \frac{3pb^4}{4EI} (\downarrow); & \varphi_A &= \frac{25pb^3}{24EI} (\downarrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) t_x e t_y rispettivamente; di questi t_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 30^\circ$ (sicché $\cos \alpha = \sqrt{3}/2$; $\sin \alpha = 1/2$) e ha modulo di valore $|t_x| = 50$ MPa. L'altro vettore sforzo, t_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

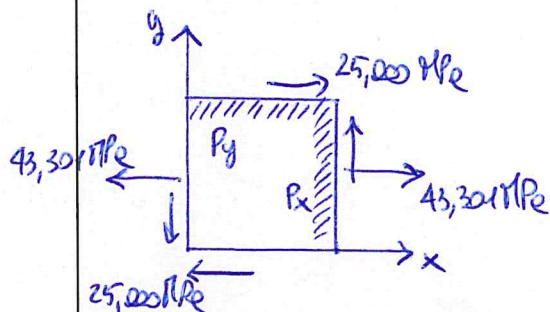
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$\sigma_x = 43,301$ (MPa); $\sigma_y = 0,00$ (MPa); $\tau_{xy} = 25,000$ (MPa);

$\sigma_1 = 54,722$ (MPa); $\sigma_2 = -11,421$ (MPa); $\tau_{\max} = 33,042$ (MPa);

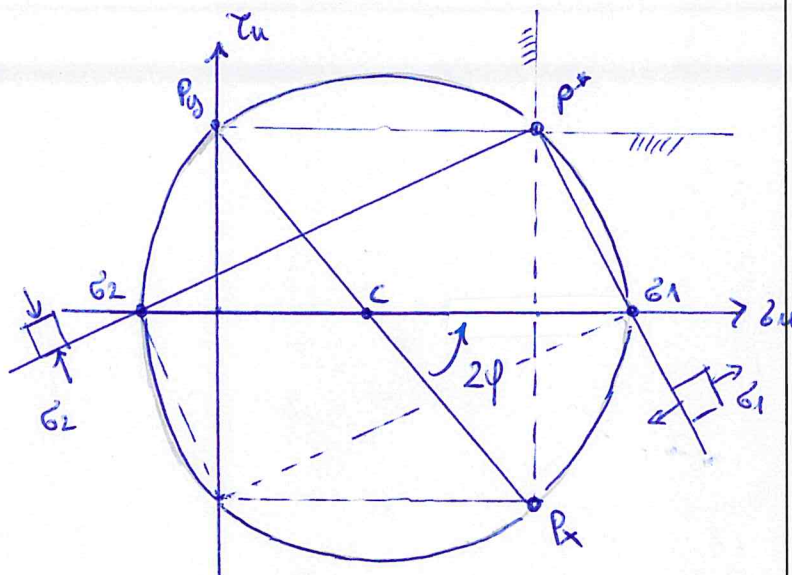
cerchio di Mohr:

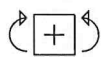
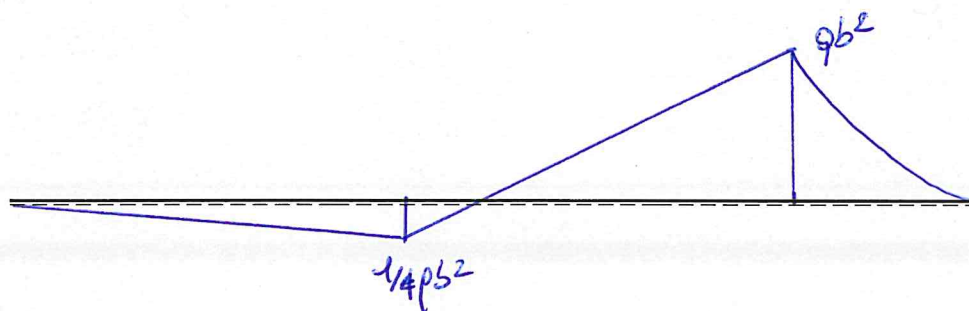
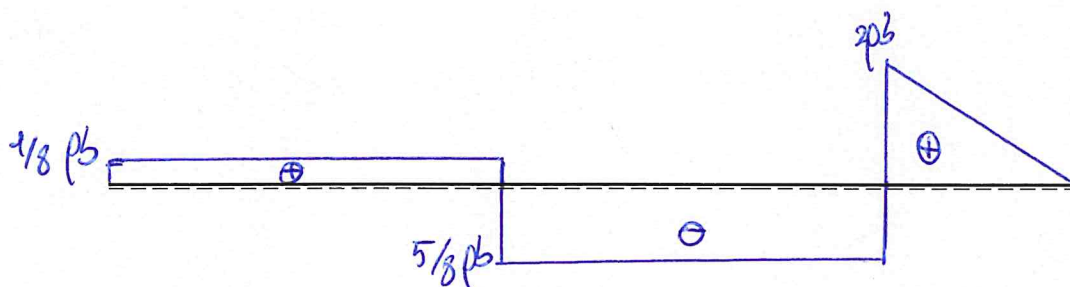
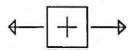
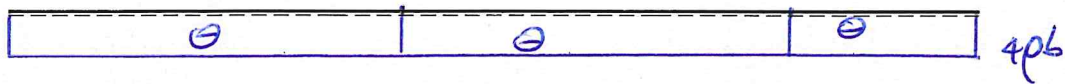


$P_x = (43,301, -25,000)$

$P_y = (0, +25,000)$

$\varphi = 24,553$ (°);





$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 4pb; & V_A (\uparrow) &= 1/8 pb; & V_B (\uparrow) &= -5/8 pb; & V_C (\uparrow) &= 2/8 pb; & M_B (\curvearrowright) &= 1/4 pb^2; \\
 N_{AB} &= -4pb; & T_{AB} &= 1/8 pb; & M_{AB} &= 1/8 pb \times 1; \\
 N_{BC} &= -4pb; & T_{BC} &= -5/8 pb; & M_{BC} &= 1/4 pb^2 - 5/8 pb \times 2; \\
 N_{DC} &= -4pb; & T_{DC} &= 2pb; & M_{DC} &= -pb^2; \\
 v_D &= -\frac{5pb^4}{6E};
 \end{aligned}$$